

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
„ADOLF HAIMOVICI”***Ediția a XXVIII-a***ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026****Clasa a X-a – Secțiunea H1 – Filieră tehnologică****Subiectul 1. (20 puncte)**

- a) Determinați numerele complexe  $z$  pentru care  $3|z| - 2\bar{z} = 3 - 2i$ .
- b) Dacă  $z_1$  și  $z_2$  sunt soluțiile ecuației  $z^2 - z + 1 = 0$ , calculați  $S_1 = z_1^{100} + z_2^{100}$  și  $S_2 = (z_1 - 1)^{200} + (z_2 - 1)^{200}$ .

**Subiectul 2. (20 puncte)**

- a) Determinați  $x \in \mathbb{R}$  pentru care  $\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^x} + \sqrt{(3 + 2\sqrt{2})^x} \leq 6$ .
- b) Rezolvați sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 4^x + 9^y = 25 \end{cases}$$

**Subiectul 3. (20 puncte)**

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{dacă } x \leq 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1) + 1, & \text{dacă } x > 0 \end{cases}$ .

- a) Arătați că funcția  $f$  este inversabilă.
- b) Dacă funcția  $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2^{x+1} - 1$ , rezolvați ecuația  $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$ .

**Subiectul 4. (30 puncte)**

Într-o unitate tehnologică se monitorizează parametrii apei utilizate într-un proces industrial automatizat. Se calculează pH-ul unei probe de apă industrială după formula  $\text{pH} = -\lg[H^+]$ , unde  $[H^+]$  este concentrația ionilor de hidrogen (exprimată în mol/L), obținându-se valoarea 5. Pentru aceeași probă se studiază și evoluția numărului de bacterii patogene în funcție de timp  $N(t)$  ( $t$  exprimat în ore) și numărul acestora la momentul recoltării probei ( $N_0$ ), utilizându-se relația  $N(t) = N_0 \cdot 10^{0,3t}$ .

- a) Stabiliți de câte ori trebuie redusă concentrația ionilor de hidrogen pentru ca apa să devină neutră (apa neutră are  $\text{pH} = 7$ ).
- b) După cât timp numărul bacteriilor din proba de apă se va dubla? Aproximați rezultatul la cel mai apropiat număr natural.
- c) În timpul funcționării unui utilaj din această unitate, intensitatea sunetului  $I$  (exprimată în  $\text{W/m}^2$ ) crește. Stabiliți cât poate fi valoarea maximă a acestei intensități, fără a afecta securitatea muncii, știind că pragul de risc este de la o valoare mai mare de 85 dB pentru nivelul intensității sonore, nivel care se calculează după formula

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \text{ (exprimată în dB), unde } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2.$$

**Notă:**

Timp de lucru 3 ore; toate subiectele sunt obligatorii; se acordă 10 puncte din oficiu.

Punctajul maxim este de 100 de puncte.